

	CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS GUÍA NÚMERO UNO	Área:	Matemáticas
		Período:	1
		Fecha:	20 de marzo de 2020
Asignatura:	Geometría	Grado:	
Institución Educativa:	Centro Formativo de Antioquia CEFA		
Docente:	María Lorena Patiño Orozco		
Sesiones de trabajo:			

1. Título:

Congruencia de triángulos

2. Propósitos de la guía:

Comprende y aplica el concepto de congruencia de triángulos, interpretando la información que proporciona el problema, para la solución de ejercicios donde se desconoce una variable, un lado o un ángulo.

Justifica de manera organizada y coherente cada uno de los pasos utilizados en la demostración de triángulos congruentes, para el fortalecimiento de la competencia argumentativa.

3. Estándares curriculares:

Aplico y justifico criterios de congruencia entre triángulos, en la resolución y formulación de problemas.

Conjeturo y verifico propiedades de congruencia de triángulos en la solución de ejercicios y problemas.

4. Estrategias metodológicas:

En el desarrollo de esta guía se evidenciará las 4 fases del modelo pedagógico.

Antes de iniciar los conceptos básicos, se formula una pregunta para que la estudiante se haga una pequeña reflexión sobre saberes previos o al menos, para tenga una pequeña idea, del tema que se va a abordar. (*Vivencias*)

Luego viene la parte correspondiente a conceptos básicos (*Documentación*)

La solución de ejercicios propuestos y la misma evaluación del tema (*Aplicación*)

Los últimos ejercicios planteados en el taller, tienen un mayor grado de dificultad, en este se verán abocadas a consultar otros textos o pensar en otras estrategias más allá de lo planteado en la guía (*Profundización o Ampliación*)

Inicialmente encontrarás el desarrollo de los conceptos básicos necesarios, para verificar que un par de triángulos son congruentes. Posteriormente se resuelven 2 ejercicios por cada uno de los criterios vistos, con la explicación de cada uno de los pasos ejecutados. Por último se plantea un taller con el cual se pretende verificar la comprensión de los temas trabajados.

Debes hacer una lectura cuidadosa de la guía, comprendiendo cada uno de los símbolos, conceptos y ejercicios resueltos, pasos a paso. No puedes continuar la lectura si hay una palabra, frase o párrafo que no ha sido comprendido. Para una mejor comprensión, trata de hacer una representación mediante gráficos, esquemas o dibujos; de la información que no le es clara. Por último recuerda, que cualquier rama de las matemáticas, se estudia con papel y lápiz.

5. Conceptos básicos:

Antes de empezar el desarrollo de los conceptos, piensa en qué situaciones, puedes apreciar figuras que aparentemente son iguales.

Si llevamos nuestra reflexión al caso de triángulos, y te muestran dos triángulos congruentes o iguales, y te preguntan: ¿Por qué estos triángulos son iguales, cómo lo explicaría?

Congruencia de triángulos

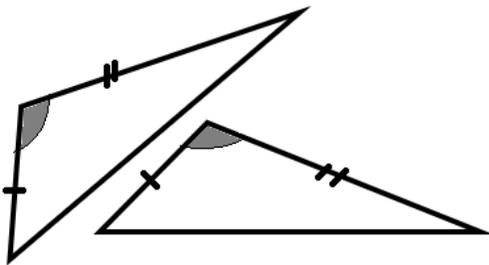
Dos triángulos son congruentes si los tres lados de uno son respectivamente congruentes con los tres lados del otro y los tres ángulos de uno son respectivamente congruentes con los tres ángulos del otro.

Dos triángulos congruentes tienen la misma forma y el mismo tamaño.

Nos referiremos a los elementos que son congruentes en dos triángulos, como elementos correspondientes.

Para probar que dos triángulos son congruentes, no es necesario mostrar la congruencia de todos sus lados y de todos sus ángulos.

Hay tres criterios, llamados criterios de congruencia de triángulos, que permiten probar la congruencia con menos información.



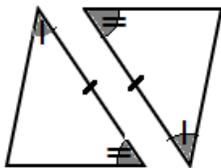
Primer criterio de congruencia de triángulos:

Criterio lado, ángulo, lado, denotado L-A-L

Dos triángulos son congruentes si dos lados y el ángulo comprendido entre ellos en uno de los triángulos, son respectivamente congruentes con dos lados y el ángulo

comprendido entre ellos en el otro triángulo.

Segundo criterio de congruencia de triángulos



Criterio ángulo, lado, ángulo, denotado A-L-A

Dos triángulos son congruentes si un lado y los ángulos adyacentes a ese lado de uno de los triángulos, son respectivamente congruentes con el lado y sus ángulos adyacentes del otro triángulo.

Tercer criterio de congruencia de triángulos

Criterio lado, lado, lado, denotado L-L-L

Dos triángulos son congruentes si los tres lados de uno de los triángulos son respectivamente congruentes con los tres lados del otro triángulo.

6. Ejercicios y actividades

Criterio L-A-L

Ejercicio 1:

\overline{AC} y \overline{BD} Son rectas perpendiculares entre sí y B es el punto medio de \overline{AC} . Probar que:

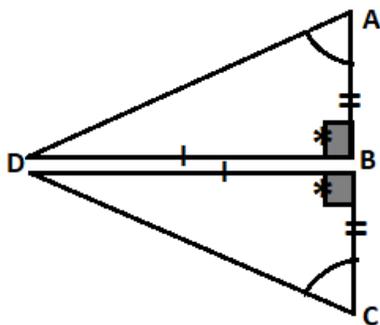
- a) $\triangle ADB \cong \triangle CDB$
- b) $m\angle A = 3x + 10$ y $m\angle C = 6x - 5$, hallar el valor de x, $m\angle A$ y $m\angle C$.

Solución a)

Paso 1: Identificar la información que brinda el problema y la que se puede deducir bajo cualquier criterio, propiedad o teorema de la geometría.

Se analiza la información que está suministrando, cada dato del problema, esto es:

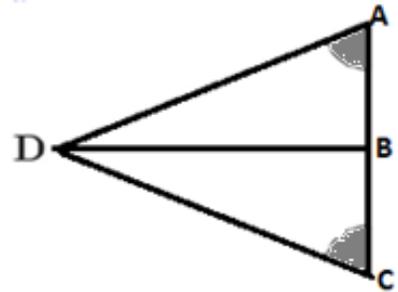
- Si \overline{AC} y \overline{BD} Son rectas perpendiculares entre sí, nos está dando como dato que la medida de $\angle ABD = 90^\circ$ y que la medida de $\angle CBD = 90^\circ$, por tanto son congruentes. Hacemos un distintivo sobre la curva de cada ángulo para señalar su congruencia.



• B es el punto medio de \overline{AC} , nos está dando como dato que B parte el segmento \overline{AC} en dos segmentos iguales. Hacemos un distintivo diferente sobre los lados \overline{AB} y \overline{BC} para señalar su congruencia.

• Nada me garantiza que el $\angle A$ es congruente con el $\angle C$, por tanto no puedo utilizar el teorema A-L-A; pero si puedo afirmar que \overline{BD} para el triángulo ADB es el mismo \overline{BD} para el triángulo CDB, por tanto, los triángulos tienen otro par de lados congruentes, por lo cual utilizaríamos el teorema L-A-L.

Paso 2: Organizar la demostración con sus respectivas justificaciones.



a) Ya teniendo la ruta del cómo y a dónde quiero llegar, organizo mis argumentos así:

1. $\angle ABD \cong \angle CBD$Por hipótesis (Definición de rectas perpendiculares)
2. $\overline{AB} \cong \overline{BC}$Por hipótesis (Definición de punto medio)
3. $\overline{BD} \cong \overline{BD}$Por propiedad reflexiva.
4. $\triangle ADB \cong \triangle CDB$Por 1, 2 y 3. Criterio L-A-L

Solución de b)

Como ya probamos que los triángulos son congruentes, ya puedo concluir que sus lados o ángulos correspondientes, también lo son; esto es:

$\angle A \cong \angle C$, ya que A y C son ángulos correspondientes en un par de triángulos congruentes.

Pero como $m\angle A = 3x + 10$ y $m\angle C = 6x - 5$, entonces ya puedo igualar el valor de A y C.

$3x + 10 = 6x - 5$; solucionando esta ecuación tenemos:

$10 + 5 = 6x - 3x$; separando términos semejantes.

$3x = 15$; reuniendo términos semejantes.

$x = \frac{15}{3}$; despejando x.

$x = 5$; Ya solucionamos una de las preguntas del literal b).

Ahora pasamos a sustituir el valor de x, para hallar el valor del ángulo A y B.

$$m\angle A = 3x + 10$$

$$m\angle A = 3(5) + 10$$

$$m\angle A = 15 + 10$$

$$m\angle A = 25 \quad \text{Respuesta: } m\angle A = 25^\circ$$

Hallamos y $m\angle C$, reemplazando el valor de x.

$$m\angle C = 6x - 5$$

$$m\angle C = 6(5) - 5$$

$$m\angle C = 30 - 5$$

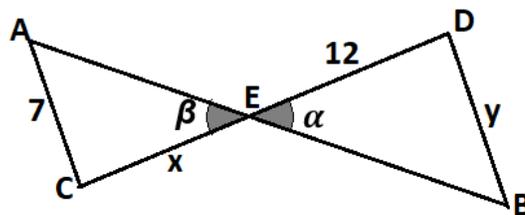
$$m\angle C = 25 \quad \text{Respuesta } m\angle C = 25^\circ$$

Ejercicio 2:

E es el punto medio del segmento \overline{AB} y \overline{CD} .

Probar:

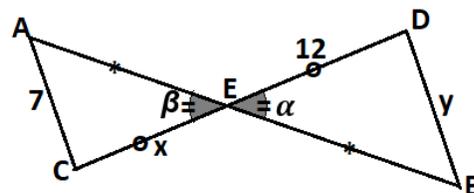
- a) $\triangle AEC \cong \triangle BED$
- b) Hallar el valor de x
- c) Hallar el valor de y



Paso 1: Identificar la información que brinda el problema y la que se puede deducir bajo cualquier criterio, propiedad o teorema de la geometría.

Se analiza la información que está suministrando, cada dato del problema, esto es:

- E es el punto medio de \overline{AB} , nos está dando como dato que E parte el segmento \overline{AB} en dos segmentos iguales. Hacemos un distintivo diferente sobre los lados \overline{AE} y \overline{EB} para señalar su congruencia.



- E es el punto medio de \overline{CD} , nos está dando como dato que E parte el segmento \overline{CD} en dos segmentos iguales.

Hacemos un distintivo diferente sobre los lados \overline{CE} y \overline{ED} para señalar su congruencia.

- Y por último $\sphericalangle \alpha \cong \sphericalangle \beta$; porque son opuestos por el vértice, lo cual nos permite utilizar el teorema L-A-L.

Paso 2: Organizar la demostración con sus respectivas justificaciones.

Ya teniendo la ruta del cómo y a dónde quiero llegar, organizo mis argumentos así:

1. $\overline{AE} \cong \overline{EB}$Por hipótesis (Definición de punto medio)
2. $\overline{CE} \cong \overline{ED}$Por hipótesis (Definición de punto medio)
3. $\sphericalangle \alpha \cong \sphericalangle \beta$Porque son opuestos por el vértice.
4. $\triangle ADB \cong \triangle CDB$Por 1, 2 y 3. **Criterio L-A-L**
5. $X=12$Porque son lados correspondientes en triángulos congruentes.
6. $Y=7$Porque son lados correspondientes en triángulos congruentes.

Criterio A-L-A

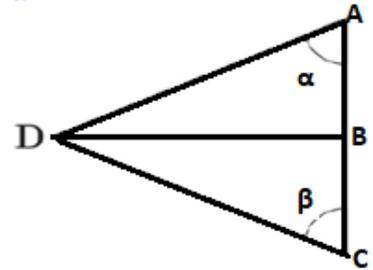
Ejercicio 1:

\overline{AC} y \overline{BD} Son rectas perpendiculares entre sí y $\sphericalangle ADB \cong \sphericalangle CDB$.

Probar que:

a) $\triangle ADB \cong \triangle CDB$

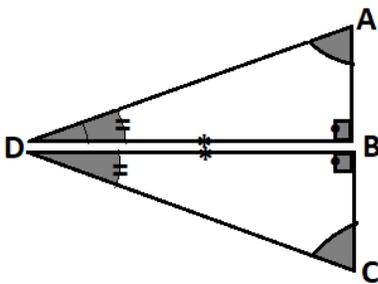
b) $\overline{DA} \cong \overline{DC}$



Paso 1: Identificar la información que brinda el problema y la que se puede deducir bajo cualquier criterio, propiedad o teorema de la geometría.

Se analiza la información que está suministrando, cada dato del problema, esto es:

- Si \overline{AC} y \overline{BD} Son rectas perpendiculares entre sí, nos está dando como dato que la medida de $\sphericalangle DBA = 90^\circ$ y que la medida de $\sphericalangle DBC = 90^\circ$, por tanto son congruentes. Hacemos un distintivo sobre la curva de cada ángulo para señalar su congruencia.



Otro dato que nos da el ejercicio es que $\sphericalangle ADB \cong \sphericalangle CDB$.

Hacemos un distintivo sobre cada ángulo para visualizar su congruencia.

- Y por último observamos que \overline{BD} para el triángulo ADB es el mismo \overline{BD} para el triángulo CDB.

- Como el $\triangle ADB$ tiene un ángulo, lado y ángulo respectivamente igual al ángulo, lado y ángulo del otro triángulo, podemos utilizar el teorema A-L-A.

Paso 2: Organizar la demostración con sus respectivas justificaciones.

Ya teniendo la ruta del cómo y a dónde quiero llegar, organizo mis argumentos así:

1. $\sphericalangle ABD \cong \sphericalangle CBD$Por hipótesis (Definición de rectas perpendiculares)

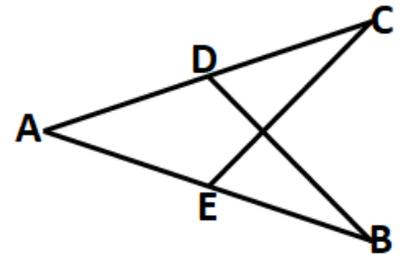
2. $\sphericalangle ADB \cong \sphericalangle CDB$Por hipótesis

3. $\overline{BD} \cong \overline{BD}$Por propiedad reflexiva.
4. $\triangle ADB \cong \triangle CDB$Por 1, 2 y 3. Criterio A-L-A
- c) $\overline{DA} \cong \overline{DC}$ Porque \overline{DA} y \overline{DC} son lados correspondientes en triángulos congruentes.

Ejercicio 2:

$\overline{AC} \cong \overline{AB}$ y $\sphericalangle C \cong \sphericalangle B$. Probar que:

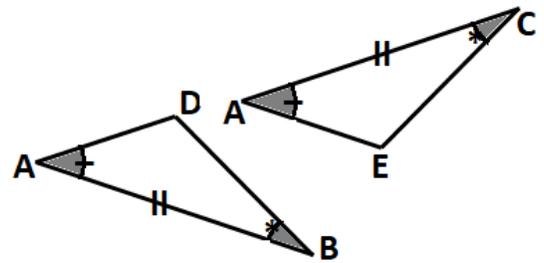
- a) $\triangle ACE \cong \triangle ABD$
- b) Si sabemos que $m\angle A = 36^\circ$, $m\angle B = \frac{3}{4}A$. Hallar la $m\angle ADB$



Solución a)

Paso 1: Identificar la información que brinda el problema y la que se puede deducir bajo cualquier criterio, propiedad o teorema de la geometría.

Señalamos en los triángulos la información que proporciona el problema, para identificar los ángulos o segmentos que son congruentes. Además observamos que el ángulo A para el triángulo ACE es el mismo ángulo A para el $\triangle ABD$. Así completamos la información necesaria



para probar congruencia de triángulos, ya que cada triángulo tiene un ángulo-lado-ángulo respectivamente igual al ángulo-lado- ángulo del otro triángulo. Por tanto organizamos la demostración de la siguiente manera:

Paso 2: Organizar la demostración con sus respectivas justificaciones.

1. $\sphericalangle B \cong \sphericalangle C$Por hipótesis
2. $\overline{AB} \cong \overline{AC}$Por hipótesis
3. $\sphericalangle A \cong \sphericalangle A$Propiedad reflexiva
4. $\triangle ADB \cong \triangle CDB$Por 1, 2 y 3. Criterio A-L-A

Solución b)

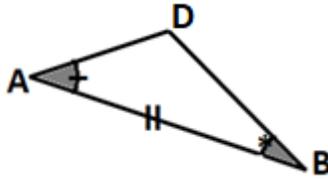
Si sabemos que $m\angle A = 36^\circ$, $m\angle B = \frac{3}{4}A$. Hallar la $m\angle ADB$

Con la información que me suministra el ejercicio hallamos el valor de B, reemplazando el valor de A.

$$m\angle B = \frac{3}{4}A.$$

$$m\angle B = \frac{3}{4}(36^\circ)$$

$$m\angle B = 27^\circ$$



Como ya sabemos la $m\angle A$ y $m\angle B$; podemos hallar la $m\angle ADB$, por la suma interna de los ángulos de un triángulo. Esto es:

$m\angle A + m\angle B + m\angle ADB = 180^\circ$. Reemplazando los valores de A y B en la ecuación tenemos:

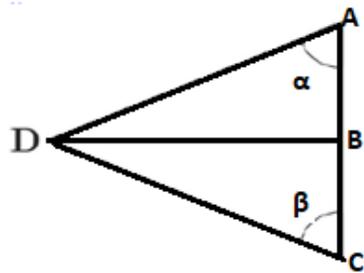
$36^\circ + 27^\circ + m\angle ADB = 180^\circ$. Despejamos $m\angle ADB$.

$m\angle ADB = 180^\circ - 36^\circ - 27^\circ$. Realizamos las operaciones indicadas.

$m\angle ADB = 117^\circ$. Respuesta: $m\angle ADB = 117^\circ$

Criterio L-L-L

--

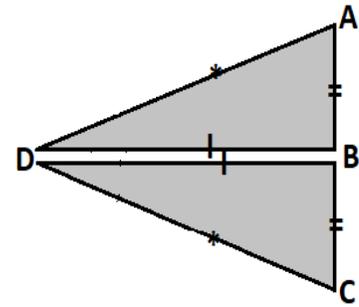


Ejercicio 1:

$\overline{AD} \cong \overline{CD}$ y $\overline{AB} \cong \overline{CB}$, probar que: $\triangle ADB \cong \triangle CDB$

Paso 1: Identificar la información que brinda el problema y la que se puede deducir bajo cualquier criterio, propiedad o teorema de la geometría.

Señalamos en el par de triángulos que nos muestra la figura, los datos suministrados en el ejercicio, para identificar rápidamente los lados congruentes. Solo nos queda encontrar el argumento que justifique la igualdad del tercer lado.

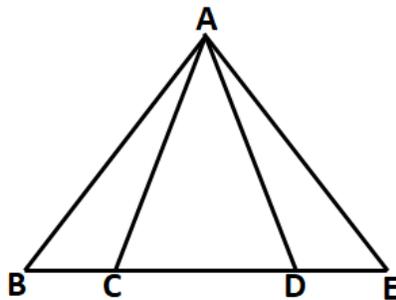


- El segmento \overline{BD} para el triángulo ADB es el mismo segmento para el triángulo CDB, por tanto, los triángulos tienen otro par de lados congruentes, por lo cual utilizaríamos el teorema L-L-L.

Paso 2: Organizar la demostración con sus respectivas justificaciones.

1. $\overline{AD} \cong \overline{CD}$Por hipótesis
2. $\overline{AB} \cong \overline{CB}$Por hipótesis
3. $\overline{BD} \cong \overline{BD}$ Propiedad reflexiva.
4. $\triangle ADB \cong \triangle CDB$Por 1, 2 y 3. Criterio L-L-L

Ejercicio 2:



En la figura $\overline{AB} \cong \overline{AE}$, $\overline{AC} \cong \overline{AD}$ y $\overline{AD} \cong \overline{CE}$; probar que $\triangle ABC \cong \triangle AED$

Paso 1: Identificar la información que brinda el problema y la que se puede deducir bajo cualquier argumento matemático.

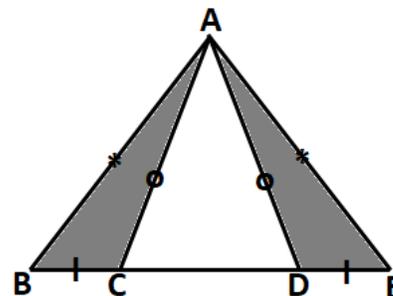
- Señalamos en la figura los lados que son congruentes, según la información que brinda el problema.
- Vemos que $\overline{AD} = \overline{BC} + \overline{CD}$ (Ecuación 1), por adición de segmentos. También vemos que $\overline{CE} = \overline{CD} + \overline{DE}$ (Ecuación 2), por el mismo argumento anterior.

Pero como el problema nos informa que $\overline{AD} \cong \overline{CE}$; este argumento nos acepta igualar las ecuaciones 1 y 2; por lo que tenemos: $\overline{BC} + \overline{CD} = \overline{CD} + \overline{DE}$.

Si solucionamos esta ecuación restando a ambos lados de la igualdad el segmento \overline{CD} , tenemos que: $\overline{BC} + \overline{CD} - \overline{CD} = \overline{CD} + \overline{DE} - \overline{CD}$, Como $\overline{CD} - \overline{CD}$ es igual a cero (0),

llegamos a la conclusión que necesitábamos obtener: $\overline{BC} = \overline{DE}$ (Ecuación 3)

Al verificar que $\overline{BC} \cong \overline{DE}$, Ya podemos señalar este par de lados congruentes en la figura, por lo que estaríamos obteniendo tres lados respectivamente iguales a los otros tres lados del otro triángulo, hecho que nos admite utilizar el criterio L-L-L para probar la congruencia entre el par de triángulos que nos plantea el ejercicio.

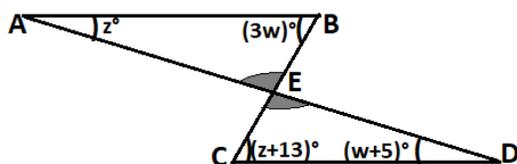


Paso 2: Organizar la demostración con sus respectivas justificaciones.

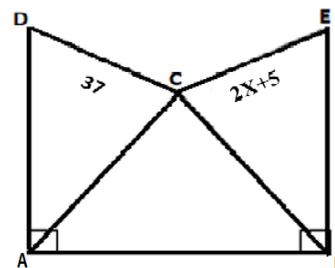
1. $\overline{AB} \cong \overline{AE}$,Por hipótesis
2. $\overline{AC} \cong \overline{AD}$Por hipótesis
3. $\overline{BC} \cong \overline{DE}$Por ecuación 3
4. $\Delta ABC \cong \Delta AED$ Por 1, 2 y 3. Criterio L-L-L

7. Ejercicios y problemas propuestos

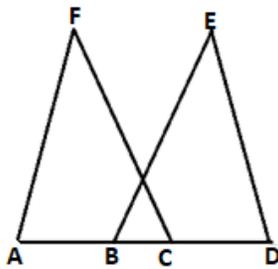
- 1) Si M es el punto medio de los segmentos \overline{AB} y \overline{CD} ,
Probar que $\Delta ABE \cong \Delta DCE$. Hallar z y w.



- 2) $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ y
 $\overline{AD} \cong \overline{BE}$.
• Probar que:
 $\Delta ADC \cong \Delta BEC$
• Encontrar el
valor de x.



3) $\overline{AC} \cong \overline{BD}$.



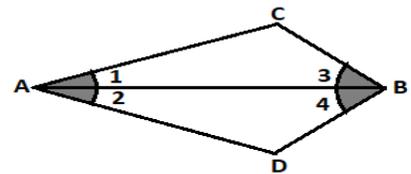
$\sphericalangle ACF \cong \sphericalangle DBE$ y

$\overline{FC} \cong \overline{EB}$.

Probar que

$\overline{AF} \cong \overline{DE}$

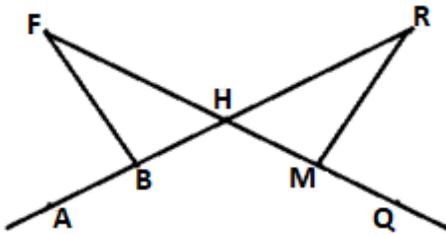
4)



$\sphericalangle 1 \cong \sphericalangle 2$; $\overline{AC} \cong \overline{AD}$

Probar que: $\triangle ACB \cong \triangle ADB$

5)

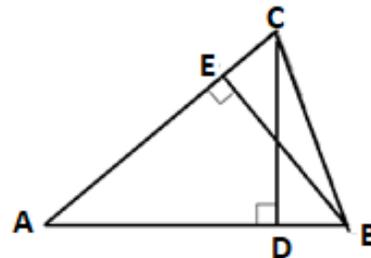


\overline{FQ} y \overline{RA} son rectas que se cortan en H.

$\sphericalangle FBA \cong \sphericalangle RMQ$ y $\overline{HB} \cong \overline{HM}$.

Probar que: $\overline{HF} \cong \overline{HR}$

6)



$\overline{BE} \perp \overline{AC}$ en E,

$\overline{CD} \perp \overline{AB}$ en D

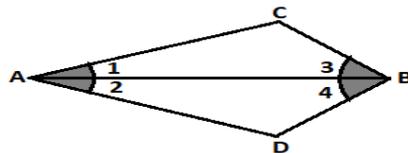
y $\overline{AE} \cong \overline{AD}$.

Probar que $\overline{BE} \cong \overline{CD}$

7) $\sphericalangle 1 \cong \sphericalangle 2$

$\sphericalangle 3 \cong \sphericalangle 4$

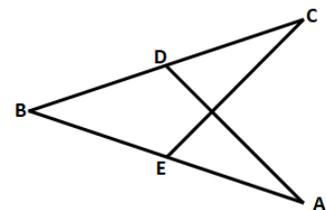
Probar



que:

$\triangle ACB \cong \triangle ADB$

8)



$\sphericalangle A \cong \sphericalangle C$

$\overline{AB} \cong \overline{CB}$

Probar que:

$\triangle CBE \cong \triangle ABE$

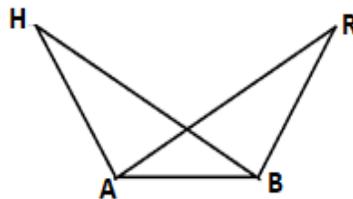
9)

$\overline{AH} \cong \overline{BR}$ Y

$\overline{BH} \cong \overline{AR}$.

Probar que

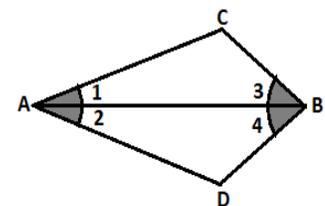
$\sphericalangle H \cong \sphericalangle R$



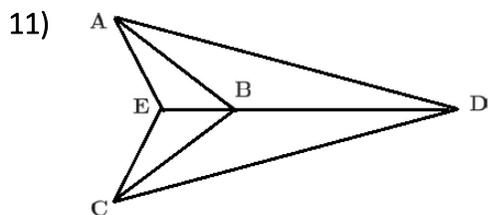
10) $\overline{BC} \cong \overline{BD}$

$\overline{AC} \cong \overline{AD}$

Probar que:



$\triangle ACB \cong \triangle ADB$

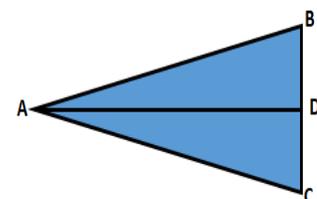


$\overline{AD} \cong \overline{CD} . \overline{AB} \cong \overline{CB}.$

Probar que $\triangle ABD \cong \triangle CBD$

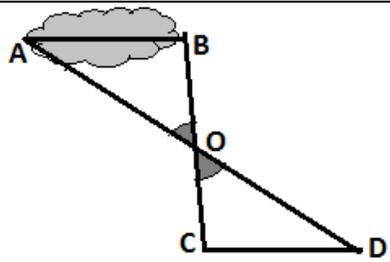
12) $\overline{AB} \cong \overline{AC}$
 $\overline{BD} \cong \overline{CD}$

Probar que:

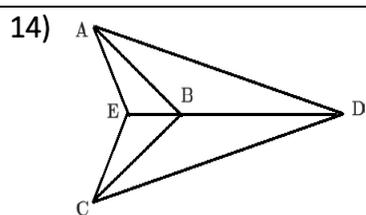


$\triangle ACD \cong \triangle ABD$

13) Hallar la distancia entre los puntos A y B



separados por una laguna como se muestra en la figura, si sabemos que O es el punto medio de los segmentos \overline{AD} y \overline{BC} ; además sabemos que el segmento \overline{CD} mide 38 metros.



E, B y D son puntos colineales.

$\overline{AB} \cong \overline{CB}$

y $\sphericalangle ABD \cong \sphericalangle CBD.$

Probar que

$\triangle ABE \cong \triangle CBE$

En el problema anterior, si sabemos $\overline{AD}=2x-3$ y $\overline{CD}=x+2$; hallar la longitud del lado \overline{AD} y \overline{CD} .

15) Dos ángulos de un triángulo miden $(45+x)^\circ$ y $(45-x)^\circ$. La medida del tercer ángulo es:

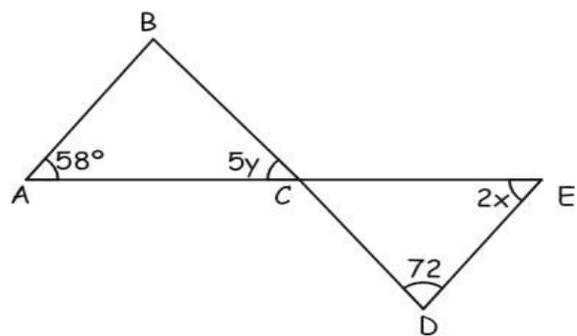
- a. 45° b. 60° c. 30° d. 90°

16) En un triángulo ABC, sobre AC se toma el punto D tal que $AB = BD = DC$, si el ángulo $ABD = 68^\circ$. Hallar el ángulo ABC.

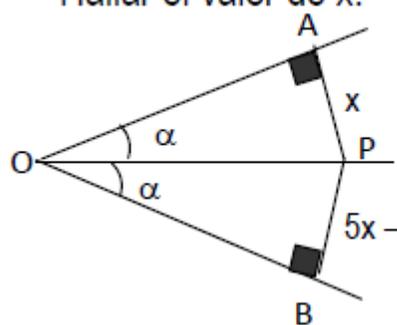
- A) 96° B) 86° C) 76° D) 46°

17) En la figura: Hallar "x + y" es igual a:

- A) 40° B) 45° C) 48° D) 39°



18) Hallar el valor de x:



- A) 5
 B) 6
 C) 4
 D) 3

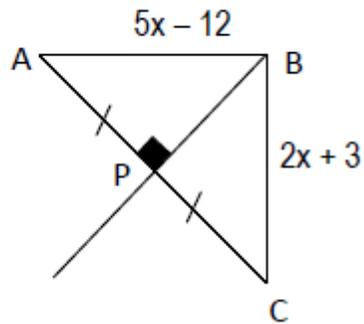
19) Hallar x:

A) 2

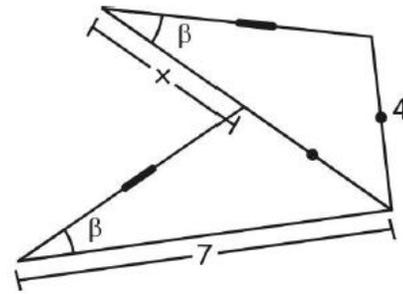
B) 3

C) 4

D) 5



20) hallar x



21)

Calcular "x".

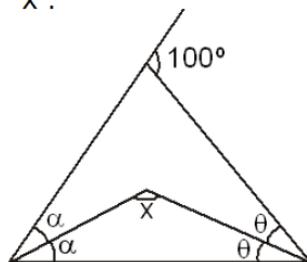
A) 100°

B) 120°

C) 130°

D) 140°

E) 160°



22) Calcular el valor de "x".

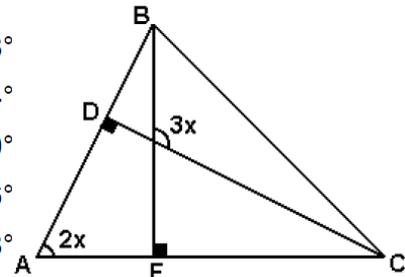
A) 18°

B) 24°

C) 30°

D) 36°

E) 48°



23) En la figura, el

CDE es

isósceles. C se

encuentra

exactamente a

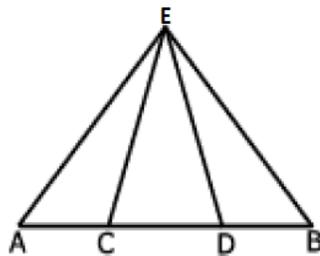
la mitad de AD y D se encuentra

exactamente a la mitad de CB. ¿Qué criterio

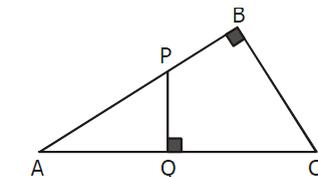
de congruencia permite demostrar que el

$\Delta ACE \cong \Delta BDE$?, y ¿Por qué?

a) LAL b) ALA d) LLL e) AAA



24) Calcular "BC", si: AP = 5;
BP = 2; PQ = 3.



a) 4,5 b) 5,25 c) 5,5

d) 6 e) 6,25

8. Evaluación

Se realizará en línea. Para ello deben tener cuenta en Gmail. Si no la tienen, deben abrirla y enviarme su nombre completo, correo y grado al Email malopavirtual@gmail.com

9. Referencias bibliográficas

Uribe, J. A. y Berrio J. I. (1989). *Elementos de matemáticas*. Medellín, Colombia: Bedout editores S.A.

Barnett, R. A adaptada Uribe J. A. (1988). *Algebra y geometría 2*. Bogotá, Colombia: McGraw-Hill.

[https://es.wikipedia.org/wiki/Congruencia_\(geometr%C3%ADa\)](https://es.wikipedia.org/wiki/Congruencia_(geometr%C3%ADa))

http://www.pps.k12.or.us/district/depts/edmedia/videoteca/curso3/htmlb/SEC_37.HTM